

# 최소자승오류율 수신기를 이용한 스케줄링된 공간 분할 다중접속 시스템의 전송률 분석

\*안민기, 박석환 이인규  
고려대학교 전자전기공학과  
e-mail : {amk200, psk1501, inkyu}@korea.ac.kr

## Achievable Throughput of Scheduled SDMA System with MMSE Receivers

\*MinKi Ahn, Seok-Hwan Park and Inkyu Lee  
School of Electrical Eng., Korea University, Seoul, Korea  
Korea University

### Abstract

This paper basically considers a space-division multiple-access (SDMA) systems where all nodes including the base station and mobile stations are equipped with equal number of antennas. In the SDMA system, for each transmit antenna, the user corresponding to the largest signal-to-interference-plus-noise (SINR) is selected to be supported. In this environment with the minimum mean squared error receivers, we analyze the average throughput using the previous works.

### I. 서론

일반적으로 공간분할 다중 접속 (SDMA: Space-Division Multiple Access) 시스템은 기존의 공간 분할 다중화 (SDM: Space-Division Multiplexing) 시스템에 비해 스케줄링에 의한 다중사용자 다이버시티 이득을 제공한다. 따라서 SDMA 시스템의 전송율 성능을 분석하는 일은 이동통신 시스템 설계에 있어서 매우 중요한 작업이다. 수신단 측에서 zero-forcing (ZF) 수신기를 사용한다는 가정 하에 SDMA 시스템의 전송율 성능이 [1]에서 분석되었다. 하지만, ZF 수신기의 성능은 낮은 신호대잡음비 영역에서 열화된 성능을 보이기 때문에, 잡음의 효과까지 고려한 최소자승

오류(MMSE: minimum mean-squared-error) 수신기를 사용하는 것이 일반적이다. [2]에서 MMSE 수신기를 사용한 SDM 시스템의 신호대간섭잡음비 (SINR: signal-to-interference-plus-noise ratio)의 확률밀도함수 (pdf: probability density function)이 유도되었지만, 이를 SDMA 시스템의 성능을 분석하는데 어떻게 응용할지에 대해서는 어느 문헌에서도 분석된 바가 없다. 본 논문에서는 [1]과 [2]의 결과를 이용하여, MMSE 수신기를 사용한 SDMA 시스템의 전송율 성능을 정확하게 분석하도록 한다.

### II. 본론

본 논문에서는 기지국 및 단말기들이 모두  $N$ 개의 안테나 씩 사용하고, 셀 내에  $K$ 개의 단말기가 있는 경우를 가정한다. 따라서 기지국은 총  $N$ 개의 데이터 심볼들을 전송할 수 있다. 우리는 SDMA 시스템을 고려하기 때문에, 각 개별 심볼은 서로 다른 단말기에 대응할 수 있는 자유도를 갖는다. 따라서, 스케줄링된 SDMA 시스템의 평균 전송율 성능은 다음 수식으로 표현된다.

$$C(N, K) = \sum_{n=1}^N \left\{ \max_k \log_2 (1 + \theta_k^n) \right\} \quad (1)$$

여기서,  $\theta_k^n$ 은 MMSE 수신기를 사용했을 때,  $k$  번째

단말기의  $n$  번째 데이터 썬볼에 대한 SINR 값을 표현하는 랜덤변수이다. 성능 분석의 용이함을 위해  $N=2$ 을 가정하기로 한다. 수식 (1)은 다음 형태로 전개될 수 있다.

$$\begin{aligned} C(N, K) &= E \left[ \sum_{n=1}^2 \left\{ \max_k \log_2 (1 + \theta_k^n) \right\} \right] \\ &= N E \left[ \max_k \log_2 (1 + \theta_k^n) \right] \\ &= N \int_0^\infty \log_2 (1 + \gamma) f_{\theta_{K:K}^n}(\gamma) d\gamma \quad (2) \end{aligned}$$

여기서,  $f_{\theta_{K:K}^n}(\gamma)$ 는  $\max_k \theta_k^n$ 의 pdf를 의미한다. [2]의 결과를 이용하면,  $f_{\theta_{K:K}^n}(\gamma)$ 를 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} f_{\theta_{K:K}^n}(\gamma) &= K F_{\theta_k^n}(\gamma)^{K-1} f_{\theta_k^n}(\gamma) \\ &= K! \sum_{k_1=0}^{K-1} \sum_{k_2=0}^{K-1-k_1} \frac{(-s-1)^{k_1}}{k_1! k_2! (K-1-k_1-k_2)!} s e^s \times \\ &\quad \left( (s+1) \frac{e^{-s(k_1+k_2+1)(\gamma+1)}}{(\gamma+1)^{k_2}} - \frac{e^{-s(k_1+k_2+1)(\gamma+1)}}{(\gamma+1)^{k_2+2}} \right. \\ &\quad \left. - s \frac{e^{-s(k_1+k_2+1)(\gamma+1)}}{(\gamma+1)^{k_2+1}} \right) \end{aligned}$$

위 식에서  $s$ 는 [2]에 정의되어 있고,  $f_{\theta_k^n}(\gamma)$ 와  $F_{\theta_k^n}(\gamma)$ 는 각각  $\theta_k^n$ 의 pdf와 누적분포함수 (CDF: cumulative distribution function)을 의미한다.

위의 pdf를 식 (2)에 삽입한 뒤, 전개하면, 우리는 다음의 평균 전송율 성능을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} C(N, K) &= \frac{NK!}{\ln 2} \sum_{k_1=0}^{K-1} \sum_{k_2=0}^{K-1-k_1} \frac{(-s-1)^{k_1} s^{k_2} e^{(k_1+k_2)s}}{k_1! k_2! (K-1-k_1-k_2)!} s e^s \times \\ &\quad \left\{ (1+s)\phi(-s(k_1+k_2+1), k_2) - \right. \\ &\quad \left. \left\{ \phi(-s(k_1+k_2+1), k_2+2) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. s\phi(-s(k_1+k_2+1), k_2+1) \right\} \right\} \end{aligned}$$

여기서 함수  $\phi(a, n)$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$\phi(a, n) = \begin{cases} \frac{1}{a} Ei(a), & \text{if } n = 0 \\ \sum_{i=2}^n (-1)^{n-i} \left( \prod_{j=2}^{i-1} \frac{1}{j} \right) a^{n-i} \times \\ \left( \frac{a^{i-1}}{(i-1)!} Ei(a) - \right. \\ \left. \sum_{k=1}^{i-1} \frac{(i-1-k)! a^{k-1}}{(i-1)!} e^a \right) & \text{if } n \geq 1 \\ \frac{(-1)^n a^n}{2} \left( \prod_{j=2}^n \frac{1}{j} \right) \Omega(a), & \text{otherwise} \end{cases}$$

위 식에서  $\Omega(a)$ 는 단일 변수를 포함하는 적분함수로 다음 식으로 정의된다.

$$\Omega(a) = \int_1^\infty e^{ax} (\ln x)^2 dx$$

### III. 실험 결과

이 절에서는 본 논문에서 유도한 전송율 수식을 실험 결과와 비교해 보도록 한다. 그림 I은 실험을 통해 얻은 SDMA 시스템의 전송율 성능을 앞 절에서 유도한 전송율 수식과 비교한 그래프이다. 단말기의 수  $K$ 에 무관하게 유도한 수식이 정확하다는 사실을 확인할 수 있다.

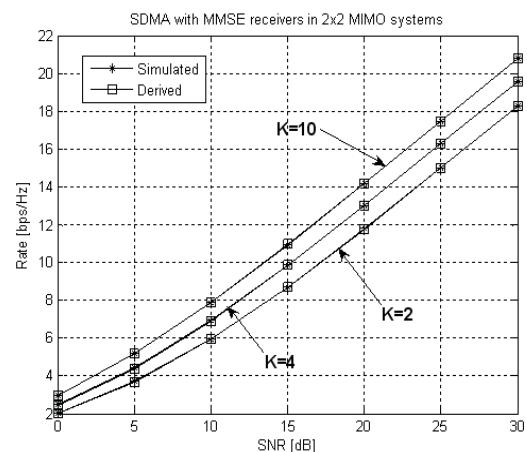


그림 I. SNR 대비 평균 전송율 성능

### IV. 결론 및 향후 연구 방향

본 논문에서는 스케줄링된 SDMA 시스템의 평균 전송율 성능을 유도하였다. 실험 결과와 비교했을 때, 본 논문에서 유도한 결과가 단말기의 수에 관계 없이 매우 정확함을 확인할 수 있다.

### 참고문헌

- [1] Chang Kyoung Sung, Sung Hyun Moon, Jinwoo Choi and Inkyu Lee, "Performance Analysis of Multiuser MIMO Systems with ZF Receivers," proc. IEEE VTC '07 Spring, April 2007.
- [2] Namshik Kim, Yusung Lee and Hyuncheol Park, "Performance Analysis of MIMO System with Linear MMSE Receiver," IEEE Transactions on Wireless Communications, 7(11), pp. 4474 – pp. 4478, Nov. 2008.